Facetten der Mathematik

geschrieben von Admin | 30. September 2017

Die Ägypter besaßen eine hochentwickelte Mathematik und Geometrie, sonst hätten sie nie und nimmer die Pyramiden berechnen und bauen können. Mit dem „Papyrus Rhind“ (aufbewahrt im Britischen Museum) haben sie uns gewissermaßen ein Buch zur Mathematik hinterlassen, in dem sogar x-Gleichungen vermerkt sind. Die wichtigste Schule der Mathematik befand sich jedoch um 350 v. Chr. in Alexandria. Das Genie *Euklid*, von dessen Leben wir fast nichts wissen, war der Begründer einer Schule, welche das berühmte Lehrbuch „Die Elemente“ herausgebracht hat.

Klassischerweise unterscheidet man in der Mathematik vier große Disziplinen: Geometrie, Algebra, Analysis und Stochastik. (Heute würden wir noch die Logik und die Topologie benennen.) Die *Geometrie* ist die Lehre des umgebenden Raumes mit Punkten, Geraden, Vierecken und Kreisen etc. Sie hatte ihre Blütezeit in der griechischen Antike. Bei der *Algebra* studiert man die Zahlen und ihre Eigenschaften, z. B. die Primzahlen. Die *Analysis* ist die Differential- und Integralrechnung und die *Stochastik* die Lehre vom Zufall.

Null – Eins – Unendlich

Die Erfindung der *Null* („0“) war eine Großtat, ähnlich wie die Erfindung des Rads. Vor gut tausend Jahren tauchte sie erstmals auf einem Tempel in Indien auf; um 1.200 n.Chr. war sie auch in Westeuropa angekommen. Manchmal entsteht ein Streit um das *Vorzeichen* der 0. Nun, der ist überflüssig, denn die 0 kann man sowohl mit einem plus-Zeichen, als auch mit einem minus-Zeichen versehen. Also: +0 oder -0 ist egal.– Anders verhält es sich bei der Frage, ob die 0 eine *gerade Zahl* (wie beispielsweise 4) oder eine *ungerade Zahl* (wie 5) ist. Nun, die Mathematiker sehen die 0 als eine gerade Zahl an, denn sie lässt sich zwei Mal auf 0 aufteilen: 0+0 ist wiederum 0.

Die *natürliche Zahl 1* kennt jeder. Sie verleitet uns dazu immer weiter zu zählen, also: 1, 2, 3… bis in das Unendliche, welches die Mathematiker sich als (unbeweisbares) Axiom vorstellen. Mit dem Begriff „unendlich“ (geschrieben als liegende acht) lässt sich trefflich spielen, z. B. beim *Bruchrechnen*. So geht die Summe der unendlichen Bruchreihe 1/2 + 1/3 + 1/4 + 1/5 … = ∞

Sie geht also über alle Grenzen hinweg, bis ins Unendliche.
Demgegenüber ist die Summe der nur leicht veränderten Bruchreihe

1/2 + 1/4 + 1/8 + 1/16….= 1.

Die erste Reihe divergiert ins Unendliche, die zweite konvergiert zu 1.

Ein Teilbereich der natürlichen Zahlen sind die *Primzahlen;* sie sind größer als 1 und nur durch 1 und sich selbst teilbar. Die ersten Primzahlen sind: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19… Die Primzahlen haben eine große Bedeutung in der Verschlüsselungstechnik bei Großrechnern. Fakt ist, dass es unendlich viele Primzahlen gibt, aber dass (leider) keine Formel existiert, sie zu berechnen.

Mit dem Begriff ∞ man sich verrückte Sachen ausdenken. Eine Anwendung ist das sog.“Hilbert Hotel“, das im vorigen Jahrhundert von dem deutschen Mathematiker David Hilbert vorgestellt wurde. Er dachte sich ein Hotel aus mit unendlich vielen Zimmern, welche die Nummern 1, 2, 3… bis ∞ trugen. Alle Zimmer dieses Hotels sind belegt, aber nun taucht ein weiterer Gast auf, der Einlass begehrt. Für Hilbert ist dies kein Problem. Er bittet den (bisherigen) Gast in Zimmer 1 ins Zimmer 2 zu wechseln, den Gast in Zimmer 2 ins Zimmer 3 usf. bis ins Unendliche. Dadurch haben alle bisherigen Gäste wieder ein Zimmer – und der neue Gast kann in Zimmer 1 einziehen. Mathematisch gesprochen funktioniert dies, weil ∞ + 1 = ∞ ist.

Berühmte Mathematiker

Geniale Mathematiker gab es in den vergangenen zweieinhalbtausend Jahren in großer Zahl. Unter den noch Lebenden ist der Brite *Andrew Wiles* zu nennen, dem es gelang, eine vierhundert Jahre alte Behauptung des Franzosen Pierre de Fermat zu beweisen. Der sog. *Fermat´sche Satz* lautet vereinfacht: „Es ist unmöglich, einen Würfel exakt in zwei gleiche, kleinere Würfel zu zerlegen“. Klingt simpel, aber Wiles schuftete – im geheimen – volle sieben Jahre an der Lösung, die mehr als hundert Schreibmaschinenseiten umfasste. Danach genoss er seinen Ruhm in vollen Zügen.

Ein gegensätzlicher Charaktertyp war der (ebenfalls noch lebende) Russe *Grigori Perelmann*. Er bewies 2003 die sog. *Poincaré-Vermutung*. Sie besagt (vereinfacht), dass der vierdimensionale Raum in etwa so ähnlich ist, wie der uns zugängliche dreidimensionale. Noch mehr vereinfacht behauptet der Satz, dass jedes geometrische Objekt, welches kein Loch hat, in eine Kugel überführt werden kann. Trotz (oder wegen?) des Presserummels lehnte Perelmann nach der erfolgreichen Lösung jede Ehrung ab – auch den Millionenpreis einer amerikanischen Universität. Er kündigte sogar seine Stellung im Moskauer Forschungsinstitut und ist seitdem untergetaucht.

Keiner der beiden hat sich für den *Nobelpreis* qualifiziert, denn diese Auszeichnung gibt es nur in den Sparten Physik, Chemie, Medizin, Literatur und Frieden. Warum der schwerreiche Stifter *AlfredNobel* die Mathematik ausgelassen hat, dafür gibt es eine Legende: angeblich hatte der damals bekannteste schwedische Mathematiker, Gösta Mittag-Leffler (1846 – 1927), ein Verhältnis mit Nobels Frau, weswegen Nobel in seinem

Testament, quasi aus Rache, keinen Preis für Mathematiker auslobte. Gegen diese Legende spricht allerdings die Tatsache, dass Alfred Nobel nie verheiratet war. Aber vielleicht hatte er eine attraktive Geliebte?!

Um diese offensichtliche Vakanz zu füllen, gibt es seit einiger Zeit die sog. Fields-Medaille. Sie wird alle vier Jahre an zwei bis max. vier Mathematiker – die jünger als 40 Jahre sein müssen! – für herausragende Entdeckungen in ihrem Gebiet vergeben. Damit ist ein bescheidenes Preisgeld von 15.000 kanadischen Dollars verbunden.

Geniale, aber nicht mehr lebende, Mathematiker des vorigen Jahrhunderts waren u. a. *David Hilbert* (1867 – 1943) und *Kurt Gödel* (1906 – 1978). Hilbert listete im Jahr 1900 in einer berühmten Rede 23 bedeutende, aber ungelöste Probleme der Mathematik auf. Von diesen ist in der Zwischenzeit ein Gutteil gelöst, entsprechend der alten Weisheit: „Durch Intuition entdeckt man, durch Wissenschaft beweist man“. Unter Hilberts Problemen war auch der *Gödelsche Unvollständigkeitssatz,* eine der wichtigsten Behauptungen der modernen Logik. Er besagt, dass man nicht alle Aussagen der Mathematik formal beweisen kann, womit er diese Wissenschaft in beträchtliche Nöte brachte.

Erstaunen mag, dass unter diesen Geistesheroen *Albert Einstein* (1879 – 1955), der Entdecker zweier Relativitätstheorien fehlt. Aber Einstein war in erster Linie ein genialer (theoretischer) Physiker. Auf dem Gebiet der Mathematik war er eher schwach – nach eigener Einschätzung!

Gehen wir weiter in die Vergangenheit zurück, dann treffen wir auf hervorragende Mathematiker wie *Leonhard Euler* (1707 – 1783), *Carl Friedrich Gauß* (1777 – 1855), *Gottfried Wilhelm Leibniz* (1646 – 1716) und *Isaac Newton*(1642 – 1726).

In der griechisch-römischen Antike ragen heraus: *Thales von Milet*, der um das Jahr 600 v. Chr. gelebt hat, *Pythagoras von Samos* (um 550 v. Chr.) und *Euklid von Alexandria* (um 350 v. Chr.). Der Allergrößte unter diesen antiken Genies war wohl *Archimedes von Syrakus* (um 250 v. Chr.). Er berechnete als Erster die Kreiszahl π und leiste auch als Physiker und Ingenieur Bedeutendes.
Pythagoras hat den nach ihm benannten Satz erstmals bewiesen; benutzt wurde er bereits von den Babyloniern. Seitdem gibt es für ihn mehr als 300 Beweise.



Archimedes

Schöne Formeln

In der Mathematik gibt es Tausende, ja Millionen von Formeln und Gleichungen. Kein Wunder, dass manche besonders „schön“ anmuten. Nach allgemeiner Ansicht gebührt die Krone der sog. *Eulerschen Formel*:

In dieser einfachen Beziehung kommen fünf wichtige Zahlen der Mathematik vor,
nämlich 0, 1, die Kreiszahl π, die Eulersche Zahl e und die imaginäre Einheit i.
Eine sonderliche Bedeutung für die Anwendung hat diese Formel nicht, sie ist nur einfach „schön“.

Besser für die Anwendung geeignet ist eine andere schöne Formel, die ebenfalls von Euler ist und aus dem Gebiet der Geometrie stammt. Sie lautet:

$$e - k + f = 2$$

Es ist die *Eulersche Polyederformel,* wobei Polyeder Vielflächner sind wie Würfel, Pyramiden – oder Fußbälle. Nicht jedoch, wohlgemerkt, die

Kugel. Dabei bedeutet e die Anzahl der Ecken, k die Anzahl der Kanten und f die Anzahl der Flächen. Nehmen wir den Würfel als Beispiel. Er hat 8 Ecken (e), 12 Kanten (k), und 6 Flächen (f). Eingesetzt in die Polyederformel ergibt sich: 8-12+6=2.

Ein anderer, allen bekannter Polyeder ist der *klassische Fußball*. Er besteht in der Regel aus 12 (schwarzen) Fünfecken und 20 (weissen) Sechsecken, also insgesamt 32 Flächen (f). Durch Nachzählen kommt man auf 60 Ecken. Die Zahl der Kanten kann man aus der Formel errechnen:

60 + 32 – 2 = 90 Kanten.

Nach dieser vorbereitenden Tätigkeit ist Bayern München bereit zum Angriff:

Toooor!!
Übernommen vom Rentnerblog hier